



Istituto di Istruzione Superiore

“ITALO CALVINO”

via Guido Rossa – 20089 ROZZANO MI

Sezione Associata:

via Karl Marx 4 - Noverasco - 20090 OPERA MI

e-mail: info@istitutocalvino.it

internet: www.istitutocalvino.it

telefono: 0257500115

fax: 0257500163

telefono: 025300901

fax: 0257605250

Codice Fiscale: 97270410158

Codice S.I.M.P.I.: MIIS01900L

Materia

Matematica secondo biennio Liceo Scientifico
Matematica quinto anno

PIANO DI LAVORO ANNUALE **anno scolastico 2017-2018**

1. Finalità.....	2	Matematica classe 5.....	13
2. Obiettivi didattici	2	4. Metodologia e strumenti	19
3. Contenuti	4	5. Modalità di verifica e	
Matematica classe 3.....	4	valutazione.....	20
Matematica classe 4.....	10		



1. Finalità

Considerazioni introduttive generali sulle finalità e sulla funzione della disciplina nell'ambito del piano degli studi, e conseguenti scelte didattiche

La matematica concorre, insieme con altre discipline, alla crescita culturale dello studente intesa non solo come acquisizione di conoscenze, ma soprattutto come sviluppo d'abilità, d'autonomia di pensiero e di capacità critiche, dati indispensabili per l'adattamento al cambiamento ed alle innovazioni.

L'insegnamento della matematica sarà volto a:

- Promuovere le facoltà intuitive e logiche
- Educare ai processi d'astrazione e di formazione dei concetti
- Esercitare a ragionare induttivamente e deduttivamente
- Sviluppare le attitudini sia analitiche sia sintetiche
- Abituare alla precisione del linguaggio e alla coerenza argomentativa.

L'insegnamento della disciplina si propone dunque sia di perseguire finalità proprie sia di fornire agli studenti un "linguaggio della scienza" ben conosciuto e fruibile da discipline della stessa area. Più in generale concorre a sviluppare attitudini logiche, analitiche e di sintesi che sono trasversali per tutte le discipline proposte nel piano di studio.

2. Obiettivi didattici

Indicazione degli obiettivi didattici coerenti, tenuto conto della situazione di partenza

I seguenti obiettivi, gradualmente perseguiti nel corso del secondo biennio, sono indicativi della preparazione e formazione da conseguirsi al termine del quinto anno.

Obiettivi interdisciplinari

- Acquisire la capacità di studiare ogni questione attraverso l'esame critico dei suoi fattori
- Acquisire l'attitudine a riesaminare criticamente ed a sistemare logicamente quanto viene appreso
- Saper affrontare a livello critico situazioni problematiche di varia natura, scegliendo in modo flessibile le strategie di approccio



Istituto di Istruzione Superiore “ITALO CALVINO”

- Essere consapevole delle proprie difficoltà per promuoverne la risoluzione
- Sentire l'esigenza dell'autovalutazione al fine di raggiungere gli obiettivi proposti
- Potenziare e sviluppare attraverso diversi percorsi disciplinari le attitudini a studi scientifici.

Obiettivi disciplinari

- Sentire l'esigenza di fondare l'intuizione su solide basi razionali
- Interpretare dati, grafici, tabelle e formulare ipotesi
- Operare con le rappresentazioni grafiche
- Operare con il simbolismo matematico riconoscendo le regole sintattiche di trasformazione di formule
- Utilizzare in modo consapevole elementi e tecniche di calcolo appresi nel corso del proprio iter scolastico
- Applicare le regole della logica in campo matematico
- Esporre in modo logico e sintetico
- Esporre con linguaggio appropriato, sapendo rendere ragione delle affermazioni fatte e focalizzando la risposta sulla domanda posta nel problema da risolvere
- Interpretare intuitivamente situazioni geometriche spaziali
- Risolvere problemi geometrici sia per via sintetica sia per via analitica
- Saper scegliere opportuni procedimenti risolutivi dei problemi proposti
- Essere in grado di verificare la coerenza dei risultati ottenuti nel corso della risoluzione di un problema ed interpretarli
- Saper matematizzare situazioni problematiche non completamente strutturate, eventualmente utilizzando strumenti e metodi informatici
- Essere in possesso delle costruzioni concettuali in cui inserire i contenuti e i procedimenti affrontati
- Aver assimilato il metodo deduttivo e recepito il sistema assiomatico
- Comprendere il valore strumentale della matematica nello studio delle altre scienze.

Obiettivo comune a tutte le U.D. è la conoscenza di definizioni e proprietà fondamentali.



3. Contenuti

Selezione dei contenuti da trattare, nell'ambito delle indicazioni ministeriali; indicazione delle tematiche oggetto di maggiore approfondimento; motivazione delle scelte effettuate

*argomenti che verranno trattati con un grado di approfondimento a discrezione del docente.

Matematica classe 3

Criteri di selezione dei contenuti da trasmettere

La trattazione di *equazioni e disequazioni* con valori assoluti e irrazionali sarà distribuita durante l'anno e affrontata con metodi di risoluzione sia algebrici che grafici, permetterà di consolidare l'abitudine a confrontare modelli diversi di una stessa relazione e a determinare dominio, codominio e simmetrie di una funzione.

L'approfondimento di retta, parabola e lo studio delle *coniche* e dei luoghi geometrici abitua a scegliere il metodo risolutivo in modo opportuno e a pianificare la risoluzione di problemi, evidenziando i sottoproblemi cui ricondursi.

Dopo lo studio delle coniche verranno introdotte le funzioni goniometriche che costituiscono i modelli matematici adatti a studiare molti fenomeni fisici.

Infine con lo studio della statistica capiremo quanto sia importante saper leggere e interpretare i dati con metodi corretti.

Equazioni e disequazioni

Contenuti: Le disequazioni intere di secondo grado e la parabola. Disequazioni e sistemi di disequazioni anche di grado superiore al secondo.

Disequazioni frazionarie e irrazionali. Disequazione con valori assoluti. Problemi che hanno come modello equazioni e disequazioni.

Obiettivi: Saper studiare il segno del trinomio con l'ausilio di una parabola. Saper risolvere disequazioni di secondo grado. Saper risolvere sistemi di disequazioni di secondo grado. Risolvere algebricamente in \mathbb{R} equazioni e disequazioni con uno o due radicali quadratici e interpretare graficamente.

Rappresentare il grafico di funzioni con valori assoluti. Osservare eventuali simmetrie e discontinuità nei grafici. Risolvere equazioni e disequazioni con valori assoluti graficamente e algebricamente.



Le Funzioni

Contenuti: Le funzioni e le loro caratteristiche. Le proprietà delle funzioni. Funzioni iniettive, suriettive e biiettive. La funzione inversa. La composizione di funzioni.

Obiettivi: Stabilire se una corrispondenza è una funzione. Stabilire se una linea in un riferimento cartesiano è il grafico di una funzione. Determinare l'insieme di definizione di una funzione. Saper classificare il comportamento di una funzione rispetto all'insieme di arrivo. Saper tracciare il grafico dell'inversa di una funzione e saperne determinare l'espressione analitica. Disegnare il grafico di funzioni di primo e secondo grado composte con le funzioni valore assoluto, modulo o diversamente definite per casi.

Successioni e progressioni aritmetiche e geometriche (*)

Contenuti: introduzione alle successioni. Progressioni aritmetiche. Progressioni geometriche.

Obiettivi: Comprendere il principio di induzione. Conoscere il concetto di successione e le definizioni di successione limitata, crescente e decrescente. Conoscere le definizioni di progressione aritmetica, geometrica e le loro proprietà.

Il piano cartesiano. Approfondimento sulla retta

Contenuti: ripasso: la lunghezza e il punto medio di un segmento. Il baricentro di un triangolo. Le rette e le equazioni lineari. La forma esplicita dell'equazione di una retta e il coefficiente angolare. Le rette parallele e le rette perpendicolari. L'asse di un segmento. La posizione reciproca di due rette.

La distanza di un punto da una retta. La bisettrice di un angolo. I fasci di rette. Semipiani, segmenti, semirette, angoli e poligoni nel piano cartesiano.

Problemi che hanno modelli lineari.

Obiettivi: Conoscere il concetto di coordinate cartesiane. Saper utilizzare le formule che determinano le distanze tra due punti, il centro di un segmento e il baricentro di un triangolo. Tradurre algebricamente la retta come luogo geometrico. Riconoscere l'appartenenza di un punto ad una retta. Ricavare l'equazione della retta dal suo grafico. Riconoscere il punto comune a due rette come soluzione di un sistema. Riconoscere rette parallele e rette perpendicolari. Risolvere problemi geometrici per via analitica. Saper rappresentare analiticamente semipiani, segmenti, semirette, angoli, strisce e poligoni. Saper rappresentare graficamente sistemi di disequazioni lineari in due incognite. Riconoscere tra varie alternative la scelta più conveniente utilizzando grafici di funzioni lineari.



Simmetrie, traslazioni e dilatazioni nel piano cartesiano

Contenuti: Simmetrie centrali ed equazioni. Simmetrie assiali ed equazioni. Traslazioni ed equazioni. Dilatazioni e omotetie. Le trasformazioni e i grafici delle funzioni.

Obiettivi: Tradurre algebricamente le proprietà geometriche della simmetria centrale, delle simmetrie assiali di assi paralleli agli assi cartesiani, delle traslazioni e delle dilatazioni. Costruire il trasformato di un punto e di una curva secondo tali isometrie e omotetie. Partendo dal grafico di una funzione, rappresentare la traslata, la simmetrica e la funzione dilatata.

Le coniche: parabola, circonferenza, ellisse e iperbole

La parabola

Contenuti: La parabola come luogo di punti. L'equazione della parabola in un opportuno sistema di riferimento. Intersezioni retta-parabola. Determinare l'equazione di una parabola date alcune condizioni.

La parabola tangente ad una retta data. Il segmento parabolico.

*Fasci di parabole. La parabola e le funzioni. Interpretazione grafica di equazioni e disequazioni irrazionali. La funzione di secondo grado e i problemi di massimo e di minimo.

Obiettivi: riconoscere la parabola come luogo di punti e come sezione conica. Determinare l'equazione di una parabola date tre condizioni indipendenti in modo opportuno (il fuoco e la direttrice, oppure il vertice e il fuoco, oppure il vertice e la direttrice, e viceversa. Determinare l'equazione di una parabola dati tre suoi punti, oppure un suo punto ed il vertice, o sfruttando la condizione di tangenza con una retta). Saper determinare l'area di un segmento parabolico.

*Operare con i fasci di parabole anche come strumento per una risoluzione più rapida ed efficiente di problemi di geometria analitica vari.

Saper riconoscere e rappresentare equazione e grafico di semplici funzioni irrazionali ottenibili partendo da parabole. Saper risolvere equazioni e disequazioni irrazionali sia graficamente sia algebricamente. Saper utilizzare le funzioni di secondo grado come modello per risolvere problemi in cui si chiede di determinare il massimo o il minimo valore che può assumere una grandezza.

La circonferenza

Contenuti: la circonferenza come luogo geometrico e come sezione conica. Equazione cartesiana. La circonferenza e la retta: posizione reciproca dal punto di vista sia geometrico sia analitico. Come determinare l'equazione di una circonferenza date alcune condizioni. Posizione reciproca di due circonferenze dal punto di vista sia geometrico sia analitico.

*Fasci di circonferenze.



Istituto di Istruzione Superiore "ITALO CALVINO"

La circonferenza e le funzioni irrazionali: campi di esistenza e grafici. Equazioni e disequazioni irrazionali: soluzione grafica e algebrica. Applicazioni ai problemi.

Obiettivi Determinare l'equazione della circonferenza dati centro e raggio. Data l'equazione di una circonferenza determinarne il centro e il raggio. Riconoscere l'equazione di una circonferenza. Determinare il ruolo dei coefficienti a , b , c nell'equazione di una circonferenza. Determinare l'equazione di una circonferenza passante per tre punti oppure dati il centro ed un punto. Determinare le intersezioni tra una retta ed una circonferenza, date le rispettive equazioni. Saper determinare l'equazione delle rette tangenti ad una circonferenza. Risolvere problemi che coinvolgono retta e circonferenza.

*Essere in grado di studiare i fasci di circonferenze e di utilizzarli per risolvere più velocemente problemi riguardanti circonferenze.

Saper riconoscere e rappresentare equazione e grafico di semplici funzioni irrazionali ottenibili partendo da circonferenze. Saper risolvere equazioni e disequazioni irrazionali sia graficamente sia algebricamente. Saper determinare l'area di parti di cerchio.

Ellisse

Contenuti: L'ellisse come luogo geometrico e come sezione conica. Equazione cartesiana, proprietà della curva, ellisse nelle varie posizioni del piano cartesiano. L'ellisse e la retta. Tangente all'ellisse. Come determinare l'equazione dell'ellisse date alcune condizioni. Trasformazioni geometriche dell'ellisse: traslazione e dilatazione. Area di un'ellisse. L'ellisse e le funzioni. Interpretazione grafica di equazioni e disequazioni irrazionali.

Obiettivi: Tracciare approssimativamente il grafico di un'ellisse come luogo geometrico. Tracciare approssimativamente un'ellisse di cui si conoscono i due semiassi o altre condizioni equivalenti. Individuare la trasformazione che fa corrispondere ad una circonferenza un'ellisse e viceversa. Saper calcolare l'area di parti di un'ellisse. Equazione e grafico di semplici funzioni irrazionali ottenibili partendo da ellissi. Risolvere problemi che coinvolgano anche l'ellisse.

Iperboli

Contenuti: l'iperbole come luogo geometrico e come sezione conica. Equazione canonica dell'iperbole, proprietà.

L'iperbole equilatera e la funzione omografica. L'iperbole e la retta. Tangenti a un'iperbole. Alcune condizioni per determinare l'equazione di un'iperbole. L'iperbole traslata. L'iperbole e le funzioni. Equazione e grafico di semplici funzioni irrazionali ottenibili partendo da iperboli.

Obiettivi: Tracciare approssimativamente il grafico di un'iperbole come luogo geometrico. Tracciare approssimativamente un'iperbole di cui si conoscono i vertici e gli asintoti. Individuare le simmetrie dell'iperbole. Disegnare un'iperbole data la sua equazione in forma canonica. Determinare



l'equazione dell'iperbole noti i suoi fuochi e gli asintoti o altre condizioni equivalenti. Riconoscere che la legge di proporzionalità inversa ha come grafica un'iperbole. Risolvere problemi che coinvolgono anche l'iperbole. Equazione e grafico di semplici funzioni irrazionali ottenibili partendo da iperboli.

Goniometria

Gli angoli e le funzioni goniometriche

Contenuti: Il concetto di angolo e la sua misura in gradi e radianti. Le definizioni delle funzioni goniometriche: seno, coseno e tangente. Seno, coseno e tangente degli angoli acuti di un triangolo rettangolo. Le funzioni goniometriche di angoli particolari. Le prime proprietà delle funzioni goniometriche. Angoli associati. Grafici delle funzioni goniometriche. Le funzioni goniometriche e le trasformazioni: traslazioni, dilatazioni. Il periodo di una funzione. Funzioni goniometriche inverse. Reciproche delle funzioni goniometriche: la funzione secante e cosecante. La funzione cotangente.

Obiettivi: Stabilire la diretta proporzionalità tra angoli al centro ed archi corrispondenti. Definire il radiante come unità di misura dell'ampiezza di un angolo. Convertire un'ampiezza in gradi in una in radianti e viceversa. Stabilire la relazione fondamentale tra coseno e seno di un angolo. Determinare il coseno e il seno di particolari ampiezze. Determinare il coseno o il seno dell'angolo opposto (oppure complementare, oppure supplementare). Determinare il coefficiente angolare di una retta come tangente trigonometrica dell'angolo che essa forma con l'asse x. Definire le caratteristiche della funzione $y=\text{sen}x$ e del suo grafico. Definire le caratteristiche della funzione $y=\text{cos}x$ e del suo grafico. Individuare e definire una funzione periodica. Utilizzare la calcolatrice per determinare il valore del coseno o del seno di un angolo. Definire la tangente trigonometrica sia funzionalmente sia geometricamente. Scrivere immediatamente la tangente di particolari ampiezze. Determinare le ampiezze corrispondenti a particolari valori della tangente. Disegnare il grafico della funzione $y=\text{tan}x$. Verificare la non biunivocità delle corrispondenze goniometriche. Partendo dal grafico di funzioni fondamentali, ricavare il grafico di funzioni dilatate, traslate e reciproche. Definire le funzioni goniometriche inverse: $\text{arcsen}x$, $\text{arccos}x$, $\text{arctan}x$, e tracciarne il grafico Utilizzare la calcolatrice per trovare i valori di $\text{arcsen}x$, $\text{arccos}x$, $\text{arctan}x$. Saper applicare i teoremi sui triangoli rettangoli.

Richiami e complementi di statistica

Contenuti: Il linguaggio della statistica. Distribuzioni di frequenze. Indici di posizione e di variabilità. Tabelle a doppia entrata. Dipendenza e indipendenza statistica. Correlazione e regressione.

Obiettivi : Individuare i caratteri di una unità statistica e le modalità con cui si presentano. Stabilire se i caratteri sono di tipo quantitativo o qualitativo, discreti o continui. Determinare la frequenza assoluta, relativa, percentuale e



cumulata di una modalità. Rappresentare una distribuzione di frequenze. Calcolare media aritmetica, moda o mediana di una distribuzione. Analizzare una tabella a doppia entrata e studiarne le distribuzioni condizionate e quelle marginali. Analizzare la dipendenza statistica tra due caratteri attraverso il calcolo del "chi quadrato" o di altri indici di contingenza. Determinare la retta di regressione di una distribuzione doppia con il metodo dei punti fissi, con quello della mediana o con quello dei minimi quadrati. Determinare l'indice di scostamento e valutare il grado di dipendenza statistica tra due distribuzioni. Calcolare l'indice di correlazione lineare con il metodo di Bravais-Pearson.

Completamento dello studio della Geometria piana

La misura delle grandezze geometriche e le grandezze proporzionali

Contenuti: Le classi di grandezze omogenee. Le grandezze commensurabili e incommensurabili. I rapporti e le proporzioni fra grandezze. Il Teorema di Talete. Il teorema sulla retta parallela ad un lato di un triangolo. Il teorema della bisettrice di un angolo interno di un triangolo. Le aree dei poligoni.

Obiettivi: Fondare su base assiomatica il concetto di misura già incontrato e applicato in ambito matematico e fisico. Riconoscere le grandezze commensurabili e incommensurabili. Definire rigorosamente il concetto di proporzione e vedere in ambito geometrico la proporzionalità diretta. Saper risolvere problemi utilizzando i teoremi di Talete, della retta parallela ad un lato di un triangolo, della bisettrice di un angolo interno di un triangolo.

La similitudine. La lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio

Contenuti: La similitudine e le figure simili. I criteri di similitudine dei triangoli. Applicazioni dei criteri di similitudine: proporzionalità fra basi e altezze di triangoli simili, i teoremi di Euclide. La similitudine nella circonferenza: teorema delle corde, teorema delle secanti, teorema della tangente e della secante. Sezione aurea: costruzione della parte aurea di un segmento, rapporto aureo, rettangolo aureo, il lato del decagono regolare. Poligoni simili: criterio di similitudine, rapporto fra i perimetri, rapporto fra le aree, estensione del teorema di Pitagora. Il problema della rettificazione della circonferenza e della quadratura del cerchio. Lunghezza di un arco, area di un settore circolare. Raggio del cerchio inscritto e circoscritto ad un triangolo.

Obiettivi: Saper riconoscere figure geometriche simili, gli elementi omologhi e il rapporto di proporzionalità. Saper applicare i criteri di similitudine e i teoremi che ne derivano. Affrontare problematicamente questioni storiche della matematica quali la sezione aurea, la rettificazione della circonferenza e la quadratura del cerchio riconoscendo il ruolo della definizione di classi separate e contigue di grandezze geometriche. Saper eseguire semplici calcoli di ciclometria.



Matematica classe 4

Criteri di selezione dei contenuti da trasmettere

Gli elementi di trigonometria completano quanto accennato al termine della classe terza. Si tratta di un ulteriore ambito significativo in cui si ha a che fare con funzioni non lineari. Inoltre la loro trattazione permette di affrontare problemi significativi con incognita che possano anche portare a tracciare il grafico di una funzione che descriva la situazione variabile. Questi problemi saranno presentati in classe sistematicamente una volta alla settimana per tutto il primo quadrimestre.

Il concetto di *funzione* verrà richiamato ed approfondito per analizzare le più importanti funzioni matematiche (*polinomiali, esponenziali, logaritmiche, goniometriche*) perché gli studenti siano consapevoli del loro utilizzo nel mondo scientifico.

Le dimostrazioni delle principali proprietà dello spazio euclideo tridimensionale e dei solidi notevoli completano gli argomenti di geometria elementare; nello sviluppo dei vari argomenti l'intuizione avrà un ruolo determinante.

A partire da questi argomenti verranno proposti problemi significativi con incognita sia associata ad una misura lineare sia associata ad una ampiezza di angolo che possano anche portare a tracciare il grafico di una funzione che descriva la situazione variabile. Questi problemi permetteranno di proseguire e di completare il lavoro iniziato nel primo quadrimestre con i problemi trigonometrici e saranno presentati in classe sistematicamente una volta la settimana per tutto il secondo quadrimestre.

RIPASSO

Le funzioni e le loro proprietà. Grafici e trasformazioni geometriche

Le funzioni goniometriche

Le formule goniometriche

Contenuti: Gli angoli associati. Le formule di addizione e di sottrazione. Le formule di duplicazione. Le formule di bisezione. Le formule parametriche. Le formule goniometriche e la geometria analitica: angolo formato da due rette. Le funzioni lineari in seno e coseno Il grafico di $y=asenx+bcosx+c$ e l'angolo aggiunto. Il periodo delle funzioni goniometriche.

Obiettivi: Riconoscere la non linearità di una funzione goniometrica e valutarne le conseguenze. Stabilire le formule di addizione e sottrazione per il seno, per il coseno, per la tangente. Ricavare, dalle formule di addizione, le formule di duplicazione e di bisezione. Applicare le formule di addizione e le



Istituto di Istruzione Superiore “ITALO CALVINO”

loro conseguenze per semplificare espressioni goniometriche e per verificare identità. Applicare le formule di addizione e le loro conseguenze per risolvere equazioni. Rappresentare graficamente le soluzioni di un'equazione lineare.

Le Equazioni e le Disequazioni Goniometriche

Contenuti: Le equazioni goniometriche elementari. Equazioni riconducibili a equazioni goniometriche elementari. Le equazioni lineari in seno e coseno. Le equazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno. I sistemi di equazioni goniometriche. Le disequazioni goniometriche.

Obiettivi: Risolvere equazioni e disequazioni goniometriche elementari. Risolvere equazioni e disequazioni lineari in seno e coseno. Risolvere equazioni e disequazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno. Ricavare ed utilizzare formule parametriche. Risolvere equazioni goniometriche utilizzando formule parametriche. Rappresentare geometricamente equazioni e disequazioni goniometriche.

La trigonometria e le figure

Contenuti: La risoluzione di un triangolo rettangolo. Applicazioni dei teoremi sui triangoli rettangoli: area di un triangolo e teorema della corda. Problemi sui triangoli rettangoli con equazioni, disequazioni, funzioni. Risoluzione di triangoli qualunque: il teorema dei seni; il teorema del coseno. Problemi sui triangoli qualunque con equazioni, disequazioni, funzioni.

Obiettivi: Dimostrare i teoremi del seno e del coseno, formularli ed applicarli alla risoluzione di problemi. Relazioni nei triangoli e nei quadrilateri. Problemi risolvibili con metodi goniometrici.

I numeri complessi (*)

Contenuti: l'insieme dei numeri complessi. Il calcolo con i numeri immaginari. Vettori e numeri complessi; rappresentazione geometrica dei numeri complessi: il piano di Gauss. Le operazioni in campo complesso. Le coordinate polari. La forma trigonometrica di un numero complesso. Risoluzione delle equazioni di secondo grado in campo complesso.

Obiettivi: saper manipolare i numeri complessi, combinandoli nelle operazioni elementari e disegnandoli nel piano di Gauss. Comprendere il concetto di radice n-esima di un numero complesso e la ragione dell'esistenza di n radici.

Esponenziali e logaritmi

Contenuti: L'insieme dei numeri reali e le potenze ad esponente irrazionale. La funzione esponenziale. Equazioni esponenziali. disequazioni esponenziali. La funzione logaritmica. Proprietà dei logaritmi. Equazioni logaritmiche ed equazioni esponenziali risolvibili mediante logaritmi. Disequazioni logaritmiche e disequazioni esponenziali risolvibili mediante logaritmi. Modelli di crescita e di decadimento



Obiettivi: Utilizzare il grafico di una funzione esponenziale per il calcolo di espressioni esponenziali. Stabilire alcune trasformazioni del grafico della funzione esponenziale. Definire la funzione logaritmica. Analizzare le caratteristiche della funzione logaritmica. Disegnare e riconoscere il grafico di una funzione logaritmica. Calcolare il logaritmo di numeri esprimibili come potenze della base. Cambiare la base di un logaritmo. Dimostrare e utilizzare le proprietà dei logaritmi. Utilizzare i logaritmi per il calcolo di un'espressione. Stabilire la corrispondenza tra operazioni con numeri reali ed operazioni con i relativi logaritmi. Stabilire alcune trasformazioni del grafico della funzione logaritmica. Risolvere equazioni e disequazioni esponenziali. Risolvere equazioni e disequazioni logaritmiche. Utilizzare i logaritmi per problemi applicativi e di rappresentazione. Utilizzare funzioni esponenziali e logaritmiche per descrivere e studiare fenomeni caratterizzati da crescita o decrescite molto rapide.

La geometria dello spazio

Contenuti: La geometria dello spazio. Le rette e i piani nello spazio. Perpendicolarità nello spazio. Parallelismo nello spazio. Proiezioni, distanze e angoli. Prismi, parallelepipedi e piramidi. Solidi di rotazione. Poliedri e poliedri regolari.

Introduzione al calcolo di aree di superfici e di volumi nello spazio. Area della superficie e volume di parallelepipedi e prismi. Area della superficie e volume di una piramide e di un tronco di piramide. Area della superficie e volume di un cilindro, di un cono e di un tronco di cono. Area della superficie e volume di una sfera.

Obiettivi: Stabilire gli assiomi che definiscono gli enti geometrici fondamentali dello spazio. Dimostrare teoremi a partire dagli assiomi dello spazio euclideo. Stabilire le posizioni reciproche di due rette e di due piani nello spazio. Enunciare e dimostrare il teorema delle tre perpendicolari. Stabilire l'unicità del piano perpendicolare a una retta per un punto. Stabilire l'unicità della retta perpendicolare a un piano per un punto. Dimostrare che due piani perpendicolari alla stessa retta sono paralleli. Definire la perpendicolarità tra piani. Individuare geometricamente l'angolo tra due piani incidenti. Individuare geometricamente l'angolo tra una retta e un piano. Classificare prismi e parallelepipedi. Dimostrare che esistono esattamente cinque poliedri regolari. Definire cilindro, cono e sfera come solidi di rotazione.

Calcolo combinatorio

Contenuti: introduzione al calcolo combinatorio. Disposizioni e permutazioni semplici e con ripetizione. Combinazioni semplici e combinazioni con ripetizioni. Binomio di Newton e coefficienti binomiali.

Obiettivi: conoscere la definizione della funzione fattoriale e le sue proprietà. Calcolare il numero di permutazioni di n elementi. Calcolare il numero di disposizioni e il numero di combinazioni, con o senza ripetizione, di k elementi di un insieme di n elementi. Operare algebricamente su



Istituto di Istruzione Superiore “ITALO CALVINO”

espressioni contenenti fattoriali e coefficienti binomiali. Sviluppare la potenza di un binomio. Applicare i concetti di calcolo combinatorio alla risoluzione di semplici problemi di calcolo della probabilità.

Probabilità

Contenuti: Introduzione al calcolo delle probabilità. valutazione delle probabilità secondo la definizione classica. I primi teoremi sul calcolo delle probabilità. Probabilità composte ed eventi indipendenti. Teorema di Bayes e sue applicazioni.

Obiettivi: comprendere la legge empirica del caso. Saper usare il modello (grafo, proposizione, insiemi) e la definizione più opportuna di probabilità nel contesto in cui si sta operando. Conoscere e applicare la formula di Bayes.

Matematica classe 5

Criteri di selezione dei contenuti da trasmettere

L'introduzione del concetto di *limite* e di quelli di derivabilità ed integrabilità sarà accompagnato da un ventaglio quanto più ampio possibile di loro impieghi in ambiti matematici ed extramatematici ed arricchita dalla presentazione ed illustrazione di opportuni controesempi che serviranno a chiarire i concetti stessi. Appare anche importante fare acquisire una mobilità di passaggio dal grafico di una funzione a quello della sua derivata e di una sua primitiva.

Il problema della misura sarà affrontato con un approccio molto generale a partire dalle conoscenze già acquisite (aree dei poligoni, lunghezza della circonferenza, area del cerchio, volume dei solidi notevoli) e inquadrato preferibilmente sotto il profilo storico. Il concetto di integrale scaturirà poi in modo naturale dalla necessità di dare metodi generali per il calcolo di lunghezze, aree, volumi.

L'introduzione delle coordinate cartesiane nello spazio permetterà agli studenti di studiare dal punto di vista analitico rette, piani e sfere.

Con gli argomenti di analisi numerica si prosegue lo studio dei procedimenti per la ricerca di soluzioni approssimate di equazioni.

RIPASSO

Le funzioni e le loro proprietà. Grafici e trasformazioni geometriche

Limiti di funzioni reali



Istituto di Istruzione Superiore "ITALO CALVINO"

Contenuti: La topologia della retta: gli intervalli; intorno di un punto; estremo superiore ed inferiore di un insieme; punti isolati e di accumulazione per un insieme. Concetto di limite. Introduzione alla definizione di limite. Il limite di una funzione. Proprietà dei limiti. Limite finito (o infinito) per x che tende ad un numero finito (o all'infinito). Teorema di unicità del limite; Teorema della permanenza del segno e del confronto.

Obiettivi: Comprendere la definizione di limite esaminando i grafici di funzioni. Saper applicare le definizioni date. Definire il limite di una funzione nei quattro casi possibili (limiti finito/infinito per x tendente ad un valore finito/infinito). Interpretare geometricamente la definizione di limite di una funzione nei quattro differenti casi. Individuare in corrispondenza di un intorno di raggio ε (scelto a piacere) di $f(x_0)$, un intorno di raggio δ di x_0 in cui verificare la definizione di limite. Stabilire se il grafico di una funzione ha uno o più asintoti verticali o orizzontali. Definire il limite sinistro (destro) di una funzione. Enunciare e dimostrare alcuni teoremi sui limiti.

Funzioni continue e calcolo dei limiti

Contenuti; Il calcolo dei limiti e le forme indeterminate. Limiti notevoli. Infiniti, infinitesimi, confronto tra infiniti e infinitesimi. Gli asintoti e la loro ricerca.

Le funzioni continue. Composizione di funzioni. Inversione di funzioni. Teoremi sulle funzioni continue. I punti di discontinuità di una funzione.

Obiettivi: Stabilire e applicare regole operative per il calcolo dei limiti.

Individuare il legame fra infinitesimo e infinito. Definire asintoto verticale, orizzontale e obliquo attraverso i limiti. Determinare le equazioni degli asintoti di una funzione.

Saper trovare esempi e controesempi per chiarire i teoremi sulle funzioni continue: teorema d'esistenza degli zeri, teorema di Weierstrass e dei valori intermedi.

Stabilire se una funzione è continua: in un punto, in un intervallo, nel suo insieme di definizione. Riconoscere e caratterizzare situazioni di discontinuità. Conoscere ed applicare le proprietà delle funzioni continue rispetto alle operazioni.

Costruire una funzione composta, individuarne l'insieme di definizione e gli intervalli di continuità. Definire una funzione inversa, individuarne il suo insieme di definizione e gli intervalli di continuità.

Le successioni (*)

Contenuti: Le successioni numeriche. Le progressioni aritmetiche e geometriche. Il limite di una successione. I teoremi sui limiti delle successioni. I limiti delle progressioni. Le serie numeriche, serie convergenti, divergenti, indeterminate.

Obiettivi: conoscere il concetto di successione e le definizioni di successione



Istituto di Istruzione Superiore “ITALO CALVINO”

limitata, crescente e decrescente. Conoscere le definizioni di progressione aritmetica, geometrica e le loro proprietà.

La derivata di una funzione

Contenuti: Il problema della retta tangente al grafico di una funzione. La continuità e la derivabilità. La funzione derivata. Le primitive di una funzione.

Obiettivi: Calcolare il rapporto incrementale di una funzione in un intervallo. Classificare i punti stazionari. Interpretare geometricamente i rapporti incrementali medi ed istantanei. Interpretare geometricamente la funzione derivata di una funzione. Definire l'insieme delle funzioni primitive di una funzione. Individuare graficamente se una funzione può essere la primitiva di una funzione data. Definire e distinguere la derivata di una funzione in un punto e la funzione derivata. Riconoscere le funzioni derivabili come sottoinsieme di quelle continue. Interpretare geometricamente i casi di non derivabilità di una funzione.

Il calcolo delle derivate

Contenuti: Funzioni derivabili e derivata di una funzione. Le derivate delle funzioni fondamentali. La derivata delle funzioni intere. La derivata delle funzioni fratte. Lo studio delle funzioni razionali fratte. I teoremi sul calcolo delle derivate. La derivata di una funzione composta. La derivata di $f(x)^{g(x)}$. La derivata della funzione inversa. Le derivate di ordine superiore al primo. Il differenziale di una funzione. La retta tangente al grafico di una funzione. Le applicazioni delle derivate alla fisica.

Obiettivi: Dimostrare le formule per le derivate delle funzioni: valore assoluto, costante, seno, coseno, e^x . Dimostrare ed applicare le formule per la derivata di una somma o differenza di funzioni. Dimostrare ed applicare le formule per la derivata di un prodotto. Calcolare la derivata di una funzione polinomiale. Dimostrare ed applicare la formula per la derivata di una funzione fratta, della funzione tangente, della funzione potenza, della funzione logaritmo. Calcolare la derivata di funzioni che risultino combinazioni delle funzioni fondamentali. Riconoscere una funzione composta e saperla derivare. Derivare una funzione potenza di base qualunque. Riconoscere una funzione inversa e saperla derivare. Derivare una funzione irrazionale. Derivare una funzione goniometrica inversa. Studiare una funzione polinomiale, rappresentandola graficamente. Studiare una funzione razionale fratta, rappresentandola graficamente. Determinare il differenziale di una funzione relativo a un punto e a un incremento dati. Interpretare geometricamente il differenziale di una funzione.

I teoremi del calcolo differenziale



Istituto di Istruzione Superiore "ITALO CALVINO"

Contenuti: I teoremi di Rolle, Lagrange, Cauchy e di De L'Hospital. Le funzioni crescenti e decrescenti e le derivate.

Obiettivi: Enunciare e dimostrare i teoremi sulle funzioni continue e derivabili. Utilizzare il teorema di De L'Hospital per calcolare i limiti di alcune forme indeterminate. Stabilire le condizioni necessarie per applicare ciascuno dei teoremi sulle funzioni derivabili.

I massimi, i minimi e i flessi

Contenuti: La definizione di massimi, minimi e flessi e la loro ricerca. La ricerca dei flessi orizzontali con lo studio del segno della derivata prima. La ricerca dei flessi con lo studio del segno della derivata seconda. La ricerca dei massimi, minimi e flessi con il metodo delle derivate successive. I problemi di massimo e di minimo.

Obiettivi: Stabilire la relazione tra punti di minimo o di massimo e derivata nulla della funzione. Determinare minimi, massimi e flessi di una funzione.

Definire la concavità del grafico di una funzione. Individuare in un grafico gli intervalli in cui la concavità è verso l'alto e quelli in cui è verso il basso. Stabilire la relazione tra concavità e segno della derivata seconda di una funzione.

Saper risolvere problemi di massimo e di minimo.

Studio di funzioni

Contenuti: Lo studio di una funzione. I grafici di una funzione e della sua derivata. Applicazioni dello studio di una funzione. La risoluzione approssimata di un'equazione.

Obiettivi: Disegnare con buona approssimazione il grafico di una funzione avvalendosi degli strumenti analitici studiati.

Integrali indefiniti

Contenuti: L'integrale indefinito. Le primitive delle funzioni fondamentali. Integrazione per parti.

Integrazione per sostituzione. Alcune utili sostituzioni. Integrazione di funzioni razionali fratte.

Obiettivi: Definire l'insieme delle funzioni primitive di una funzione. Definire l'integrale indefinito di una funzione. Conoscere e giustificare le formule relative agli integrali elementari. Calcolare l'integrale indefinito di alcune classi di funzioni fondamentali. Integrare una funzione applicando il metodo



Istituto di Istruzione Superiore “ITALO CALVINO”

dell'integrazione per parti. Riconoscere se per una funzione è opportuno applicare il metodo dell'integrazione per parti. Integrare una funzione applicando il metodo dell'integrazione per sostituzione. Riconoscere se per una funzione è opportuno applicare il metodo dell'integrazione per sostituzione. Familiarizzare con il metodo di sostituzione per calcolare particolari integrali. Integrare funzioni razionali fratte dopo averne stabilito il tipo. Giustificare le regole di integrazione per le funzioni razionali fratte. Espandere una frazione algebrica in una somma di frazioni algebriche più trattabili dal punto di vista dell'integrazione.

Integrali definiti

Contenuti: L'integrale definito. Il teorema fondamentale del calcolo integrale. L'area di una superficie compresa tra due grafici. Il calcolo dei volumi. Il volume di un solido di rotazione. La lunghezza di un arco di curva. Gli integrali impropri. Applicazioni degli integrali alla fisica.

Obiettivi: Definire e giustificare la formula per calcolare l'integrale definito di una funzione continua in un intervallo chiuso. Calcolare l'integrale definito di una funzione in un intervallo chiuso. Calcolare l'area sottesa dal grafico di una funzione in un intervallo chiuso. Calcolare l'area di una superficie compresa tra i grafici di due funzioni integrabili.

Definire e giustificare la lunghezza di un arco di curva. Determinare la lunghezza di alcuni archi di curva che siano grafici di funzioni.

Definire e calcolare il volume del solido generato dalla rotazione attorno all'asse delle ascisse del grafico di una funzione in un intervallo chiuso. Definire e calcolare l'area della superficie generata dalla rotazione del grafico di una funzione in un intervallo chiuso. Calcolare il volume dei solidi dei quali si conosca come varia l'altezza in funzione di uno degli assi di riferimento.

Utilizzare i metodi e i concetti relativi all'integrale per alcune applicazioni di tipo fisico.

Individuare strategie per risolvere problemi.

Saper utilizzare gli strumenti del calcolo differenziale e integrale per descrivere e modellizzare fenomeni di varia natura.

Integrazione numerica (*)

Contenuti: L'integrazione numerica: il metodo dei rettangoli. Altri metodi per l'integrazione numerica.

Obiettivi operativi: Costruire metodi di approssimazione per il calcolo di un integrale definito. Utilizzare per la costruzione di un algoritmo di integrazione numerica uno dei seguenti metodi: metodo dei rettangoli, metodo dei trapezi, metodo di Cavalieri-Simpson. Valutare l'errore analitico commesso nell'integrazione numerica, per ciascuno degli algoritmi iterativi costruiti. Stimare, per ciascuno dei metodi iterativi di integrazione numerica, la variazione dell'errore al crescere del numero di iterazioni.



Le equazioni differenziali

Contenuti: le equazioni differenziali del primo ordine. Le equazioni differenziali a variabili separabili. Le equazioni differenziali del secondo ordine.

Obiettivi: comprendere il significato di un'equazione differenziale, risolvere alcune semplici equazioni differenziali, anche mediante il concetto di 'funzione primitiva'. Analizzare semplici modelli matematici della fisica, dell'economia, della biologia.

Ripasso calcolo combinatorio

Distribuzioni di probabilità

Contenuti: Legge dei grandi numeri. Le variabili casuali discrete e le distribuzioni di probabilità. I giochi aleatori. I valori caratterizzanti una variabile casuale discreta. Distribuzioni di probabilità di uso frequente. La distribuzione normale standardizzata di probabilità.

Obiettivi: Stabilire la probabilità che il numero di successi (in un insieme di prove ripetute) ricada entro un fissato intervallo. Stabilire se una variabile aleatoria ha caratteristiche di discretezza o di continuità. Individuare la distribuzione normale come "limite" di una distribuzione binomiale. Standardizzare una variabile aleatoria. Calcolare, utilizzando la tavola della curva normale, la probabilità che una variabile standardizzata sia all'interno di un dato intervallo. Descrivere le situazioni nelle quali si può applicare il teorema limite centrale.

Utilizzare modelli probabilistici per risolvere problemi ed effettuare scelte consapevoli.

Ripasso geometria solida

La geometria analitica dello spazio

Contenuti: Le coordinate cartesiane. L'equazione generale del piano e della retta. Superfici sferiche.

Obiettivi: scrivere l'equazione di una retta o di un piano nello spazio, soddisfacente condizioni date (in particolare di parallelismo e perpendicolarità). Determinare la distanza di un punto da un piano o una retta. Scrivere l'equazione di una superficie sferica.



4. Metodologia e strumenti

Modalità di lavoro in classe, strumenti e sussidi didattici

Ogni unità didattica prevede alcune abilità che lo studente deve già possedere; tali requisiti possono essere le abilità conseguite nell'unità appena terminata, oppure abilità conseguite in unità precedenti, anche lontane nel tempo. In questo secondo caso, per verificare la presenza dei prerequisiti richiesti, si effettuerà un momento di verifica formativa per un controllo sulla classe, seguita, qualora sia necessario, da un breve itinerario di recupero rivolto all'intera classe o personalizzato.

Ogni argomento verrà introdotto in forma problematica con questioni vicine alla realtà dello studente, in modo da stimolarne l'interesse e promuovere un'autonoma attività di scoperta della materia.

Durante la lezione lo studente sarà chiamato a collaborare per completare il percorso cognitivo e verrà coinvolto nel progressivo sviluppo dei contenuti, introdotti non in base ad un ordine astratto, bensì alle esigenze di ampliamento delle conoscenze che man mano si verranno a creare.

Allo scopo di facilitare il processo di apprendimento verranno eseguiti numerosi esercizi distinti in alcune tipologie:

- esercizi di conoscenza e comprensione, volti a verificare le conoscenze teoriche
- esercizi di applicazione, volti a sviluppare le capacità logiche dello studente oltre che ad acquisire abilità di calcolo e padronanza degli strumenti matematici
- esercizi di riepilogo, volti a fornire un quadro consuntivo delle conoscenze e delle abilità oggetto del tema trattato
- esercizi di recupero, se necessario, volti a richiamare le conoscenze teoriche e le modalità di applicazione di tali conoscenze
- esercizi di sintesi e di approfondimento, anche di carattere interdisciplinare, finalizzati ad una ricomposizione operativa trasversale dei contenuti.
-

Talvolta verranno proposti problemi che hanno favorito la nascita di teorie matematiche e la loro collocazione storica.

Ampio spazio verrà dato all'aspetto metodologico nell'affrontare un problema: scomposizione in sottoproblemi di cui sia noto il metodo risolutivo, riconoscimento di un problema fra diverse formulazioni, riformulazione in termini più generali di un problema già incontrato.

Il laboratorio di *informatica* potrà essere utilizzato per approfondire e rendere più intuitivo lo studio di alcuni argomenti del programma.



5. Modalità di verifica e valutazione

Tipologia delle verifiche e criteri per la valutazione

La verifica del profitto sarà attuata attraverso compiti *scritti* (almeno tre al quadrimestre, con la frequenza di circa uno al mese) e *interrogazioni* (almeno due al quadrimestre) per verificare il raggiungimento degli obiettivi di ogni unità didattica e il grado di sviluppo di quelli di apprendimento.

La *prova scritta* è volta a verificare il grado di sviluppo degli obiettivi di apprendimento; sono proposti esercizi la cui soluzione richiede l'utilizzo delle conoscenze sino allora acquisite includendo via, via i nuovi argomenti affrontati.

Nella *prova scritta* potrà essere chiesta una scelta fra gli esercizi proposti comunicando di volta in volta la valutazione di sufficienza piena, per abituare gli studenti a esaminare con attenzione tutti gli esercizi, controllare preventivamente la sicurezza delle proprie conoscenze e pianificare il proprio lavoro. Nelle prove scritte si assegna un punteggio ad ogni esercizio, che sarà differenziato in base ai parametri valutativi; nella valutazione è preferita la soluzione esauriente di un numero limitato di quesiti che di parte di numerosi quesiti, per abituare gli studenti ad affrontare anche la complessità e l'articolazione dei problemi. La valutazione potrà avere dei leggeri aggiustamenti rispetto alla comunicazione iniziale in dipendenza dell'effettiva situazione delle conoscenze della classe emersa durante la correzione.

Le verifiche proposte il quinto anno come preparazione specifica alla seconda prova dell'Esame di Stato saranno valutate esplicitamente per competenze seguendo le eventuali griglie suggerite dal MIUR.

Nelle *interrogazioni* in particolare si osserverà in ogni fase il raggiungimento degli obiettivi delle singole unità didattiche. Tali prove potranno anche essere proposte in forma scritta utilizzando diverse modalità: quesiti a risposta singola, quesiti a risposta multipla, problemi di soluzione rapida.

La valutazione finale potrà tenere conto anche di interventi significativi nel corso delle lezioni e, talvolta, anche del lavoro individuale assegnato a casa.

Per la valutazione delle verifiche orali, si suggerisce la seguente tabella i parametri di valutazione sono specificati per matematica e fisica.

Parametri valutativi:

La valutazione sarà effettuata a partire dai seguenti parametri valutativi:

- La conoscenza dei contenuti disciplinari: memorizzazione e comprensione
- La capacità di esporre i contenuti, le definizioni e le leggi con proprietà di linguaggio e terminologia specifica precisa e rigorosa
- La capacità di analisi di un problema e di applicazione delle conoscenze acquisite per risolverlo



Istituto di Istruzione Superiore "ITALO CALVINO"

- L'uso corretto del formalismo matematico
- La capacità di riconoscere e distinguere le situazioni sperimentali dalla loro modellizzazione
- La capacità di storicizzare le diverse problematiche
- La capacità di collegamento fra gli argomenti e di sintesi.

TABELLA DI VALUTAZIONE

VOTO	PRESTAZIONI CORRISPONDENTI
10	L'alunno conosce i contenuti in modo completo e approfondito. Sa effettuare autonomamente analisi e sintesi e attuare collegamenti interdisciplinari. Elabora interpretazioni o soluzioni personali valide. Dimostra una sicura competenza linguistica, avvalendosi anche dei sottocodici specifici.
9	L'alunno conosce i contenuti in modo rigoroso. Sa effettuare analisi e sintesi all'interno della disciplina e attuare collegamenti interdisciplinari. Se guidato, elabora interpretazioni o risoluzioni personali. Usa un linguaggio corretto e specifico.
8	L'alunno conosce i contenuti in modo completo. Sa effettuare analisi e sintesi sia in relazione a problemi circoscritti sia all'interno dell'argomento. Tenta un'interpretazione personale. Il linguaggio è corretto e specifico.
7	L'alunno conosce i contenuti essenziali con sicurezza. Se guidato dall'insegnante sa effettuare un'analisi corretta in relazione a problemi circoscritti e attua collegamenti all'interno della disciplina ed effettua semplici sintesi. Si esprime con un linguaggio complessivamente corretto.
6	(due possibili tipologie) <ul style="list-style-type: none">• L'alunno conosce i contenuti essenziali. Sa analizzare solo problemi circoscritti, senza giungere alla sintesi. Si esprime con un linguaggio sostanzialmente corretto ma generico.• L'alunno individua collegamenti e percorsi risolutivi dimostrando capacità intuitive, nonostante gli manchino alcune conoscenze. Si esprime con un linguaggio sostanzialmente corretto ma generico.
5	L'alunno conosce i contenuti in modo incompleto, alternando risposte incerte ad altre sbagliate. Sa compiere un'analisi in relazione ad argomenti circoscritti solamente se guidato dall'insegnante. Il linguaggio è impreciso e inappropriato
4	L'alunno conosce solo qualche nozione fondamentale, ma non la collega in modo organico e si esprime con grande difficoltà.



Istituto di Istruzione Superiore "ITALO CALVINO"

3	L'alunno non conosce i contenuti essenziali o comunque ribaditi nel corso di precedenti verifiche. Non è in grado di compiere una semplice analisi, neppure in relazione a singoli problemi, o commette gravi errori. L'esposizione è inadeguata.
2	L'alunno risponde, ma dimostra di non conoscere nemmeno le nozioni fondamentali.
1	L'alunno risulta totalmente incapace di rispondere su qualsiasi argomento.