



Istituto di Istruzione Superiore “ITALO CALVINO”

COMMISSIONE MILI02068 – MILI02069

SECONDA PROVA SCRITTA DELL'ESAME DI STATO - a.s. 2021-2022

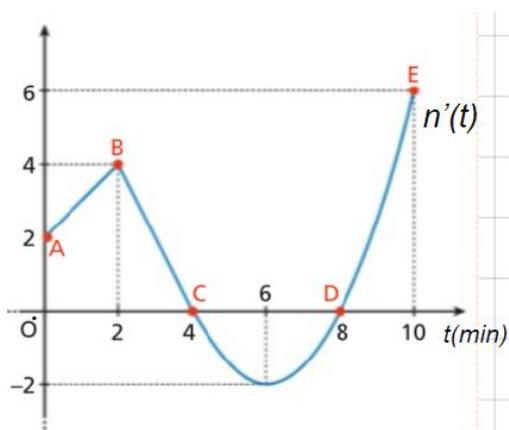
Traccia n°3 Indirizzo Liceo Scientifico

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti e indichi chiaramente le proprie scelte. Si giustificino tutte le risposte.

Durata massima della prova: 6 ore. È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 350 Art. 18 comma 8). È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

PROBLEMA 1

La seguente figura rappresenta la rapidità di afflusso/deflusso $n'(t)$ dei clienti di un negozio in 10 minuti. I tratti AB e BC sono segmenti di retta, il tratto CDE appartiene a un arco di parabola con asse parallelo all'asse y .



- Scrivi l'equazione della funzione $n'(t)$ e verifica che in C sia derivabile. Ricava poi l'equazione $n(t)$ che rappresenta il numero di persone presenti in negozio all'istante t sapendo che il numero di clienti all'istante iniziale è 0. Rappresenta graficamente la funzione $n(t)$.
- Calcola col metodo che ritieni più opportuno il numero $n(t)$ di clienti presenti nel negozio dopo 2 minuti, dopo 4 minuti e dopo 10 minuti. In quale momento si ha il massimo numero di presenze nel negozio?
- Verifica che la funzione $n(t)$ soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[0; 10]$ e determina i valori che soddisfano la tesi del teorema.
- Il negozio vende borracce con capacità di 1 litro a forma cilindrica. Quale deve essere il raggio di base e l'altezza della borraccia per minimizzare la superficie e quindi il calore disperso all'esterno?



Istituto di Istruzione Superiore "ITALO CALVINO"

COMMISSIONE MILI02068 – MILI02069

PROBLEMA 2

Sia $f(x)$ una funzione tale che:

$$\int_{-2}^0 f(x)dx = A \qquad \int_{-2}^1 f(x)dx = B + A \qquad \int_1^2 f(x)dx = A - B$$

a. Calcola, se possibile, i seguenti integrali in funzione di A e B :

$$\int_0^1 f(x)dx \qquad \int_{-2}^2 f(x)dx \qquad \int_0^2 f(x)dx \qquad \int_{-1}^2 f(x)dx \qquad \int_4^8 f\left(\frac{x}{4}\right)dx$$

b. Individua fra le seguenti funzioni quali non possono rappresentare $f(x)$, motivando le tue affermazioni.

$$y_1 = \frac{x^2-3}{x^2-9} \qquad y_2 = \frac{x}{x^2-9} \qquad y_3 = \frac{x^2+1}{x^2-1}$$

c. Studia l'andamento della funzione che può rappresentare $f(x)$ tra quella riportate al punto b e tracciane il grafico.

d. Calcola l'area della superficie di piano compresa fra la funzione e il suo asintoto orizzontale per $x \geq 4$.



Istituto di Istruzione Superiore "ITALO CALVINO"

COMMISSIONE MILI02068 – MILI02069

QUESITI

QUESITO 1

Calcola l'area della regione finita di piano compresa tra la parabola di equazione $\gamma_1: y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$, la parabola di equazione $\gamma_2: y = x^2 - 10x + 27$, la retta tangente a γ_1 nel vertice e la retta tangente a γ_2 nel punto $P(6,3) \in \gamma_2$.

QUESITO 2

Considera la regione illimitata di piano compresa tra la funzione $f(x) = e^{-|x|}$ e l'asse x . Stabilisci se il solido ottenuto da una rotazione completa di tale regione intorno all'asse x ha volume finito e in tal caso specificane il valore.

QUESITO 3

Sia data la funzione $f(x)$ definita e continua in $[1; +\infty)$ e sia $F(x) = \int_1^x f(t) dt$. Calcola il limite seguente, sapendo che $f(1) = 3$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x)}{\sin(x-1)}.$$

QUESITO 4

Sia f una funzione tale che $f(0) = f(4)$. Dimostra con esempi e controesempi che le ipotesi del teorema di Rolle sono sufficienti ma non necessarie per la funzione f nell'intervallo $[0;4]$.

QUESITO 5

Determina i valori di a e b affinché la funzione $f(x) = \begin{cases} b + \sqrt{x^2 + 15} & x \leq 1 \\ a \ln x + (2b + 1)x & x > 1 \end{cases}$ sia continua e derivabile in \mathbb{R} .

QUESITO 6

Sia data una sfera di raggio r inscritta in un cubo. Se si sceglie a caso un punto P interno al cubo, è corretto affermare che la probabilità che esso si trovi esternamente alla sfera è superiore al 50%? Motivare adeguatamente la risposta.

QUESITO 7

Verifica che l'equazione differenziale assegnata abbia tra le soluzioni la funzione $y(x)$ indicata:

$$y'' = 2y' - 2y + 2x^2 - 4x, \quad y(x) = x^2 - 1 - e^x \sin x.$$



Istituto di Istruzione Superiore "ITALO CALVINO"

COMMISSIONE MILI02068 – MILI02069

QUESITO 8

Di seguito trovi il grafico di $f(x)$, di una sua primitiva $F(x)$, della sua derivata $f'(x)$ e di $g(x) = \ln f(x)$. Associa ogni grafico alla sua funzione, giustificando la tua scelta.

